

現実的なポテンシャルを用いた 崩壊に伴う制動輻射の研究

著者	野沢 善浩
号	46
学位授与番号	1992
URL	http://hdl.handle.net/10097/39019

氏名・(本籍)	野 沢 善 浩 の ざわ よし ひろ
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	理博第1992号
学位授与年月日	平成15年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科, 専攻	東北大学大学院理学研究科(博士課程)物理学専攻
学位論文題目	現実的なポテンシャルを用いた α 崩壊に伴う制動輻射の研究
論文審査委員	(主査) 教授 滝川 昇 教授 笠木 治郎太, 江澤 潤 教授 橋本 治, 小林 俊雄

論文目次

第1章 序論

- 1.1 背景
- 1.2 目的

第2章 制動輻射のスペクトルの量子力学的定式化

- 2.1 全系のハミルトニアン
 - 2.1.1 相互作用部分のハミルトニアン
- 2.2 光子の放出確率
 - 2.2.1 dipole近似

第3章 箱型の井戸+クーロンポテンシャル

- 3.1 初期状態と終状態
 - 3.1.1 ポテンシャル
 - 3.1.2 初期状態
 - 3.1.3 終状態
 - 3.1.4 領域分け
- 3.2 古典電磁気学的計算と量子力学的計算との関係

第4章 井戸型+クーロンポテンシャルを用いた数値計算の結果

- 4.1 井戸型+クーロンポテンシャルを用いた数値計算の結果
 - 4.1.1 笠木らの計算との比較
 - 4.1.2 PapenbrockとBertschの結論との比較
 - 4.1.3 親核の違いによる制動輻射のスペクトルの変化
 - 4.1.4 光子のエネルギーが高いとき
 - 4.1.5 箱型の井戸+クーロンポテンシャル模型の問題点; 壁からの寄与
- 4.2 パラメータセットの決定
 - 4.2.1 preformation factor $P=1$ としたとき

4.2.2 preformation factorの決定

第5章 Woods-Saxon+クーロンポテンシャルの計算

5.1 Woods-Saxon+クーロンポテンシャル

5.1.1 ポテンシャルの関数形

5.1.2 領域分け

5.1.3 パラメータの決定

5.1.4 実際の波動関数の計算；数値積分

5.2 計算結果と考察

5.2.1 ^{210}Po の α 崩壊に伴う制動輻射；浅い核力ポテンシャル ($n=1$) を仮定した場合の制動輻射

5.2.2 ^{210}Po の α 崩壊に伴う制動輻射；深い核力ポテンシャル ($n=5$) を仮定した場合の制動輻射

5.2.3 Woods-Saxonポテンシャルのパラメーターによるスペクトルの変化

5.2.4 ^{214}Po および ^{226}Ra の α 崩壊に伴う制動輻射

第6章 まとめと結論

付録A 波動関数の半古典的表示 (WKB近似)

A.1 Airy 関数

A.2 比較方程式の方法

A.3 古典的転回点が1個の場合への応用

A.3.1 正則解

A.3.2 非正則解

A.4 WKB近似によるクーロン波動関数

A.5 現実的ポテンシャルの場合：障壁の両側での平面波の係数の関係

付録B WKB法を用いた行列要素の計算

B.1 古典領域

B.2 トンネル領域

B.3 混合領域

付録C α 崩壊を起こす偶-偶原子核

論文内容要旨

α 崩壊は代表的なトンネル現象のひとつである。トンネル現象に伴う制動輻射を考える場合、トンネリング中での制動輻射をどのように評価するかという問題が持ち上がる。これに関して、DyakonovとGornyiは半古典論的な理論計算を行い、トンネル中に制動輻射が起こる可能性を指摘した。東北大の笠木らの実験グループは ^{210}Po の α 崩壊に伴う制動輻射のスペクトルを測定し、制動輻射の強度が古典電磁気学による予測より低い値となることを報告した。彼らはその原因をトンネリング中におこる制動輻射とトンネル後に起こる制動輻射の干渉によるものと推測した。また、それを通してトンネリング時間に対する情報が得られる可能性を議論した。一方、D'Arrigoらが行った ^{226}Ra と ^{214}Po の α 崩壊に対する同様の実験では、スペクトルは単調減少関数であり、古典的予測より大きい値を持つと報告されている。理論的には、PapenbrockとBertschが双極子近似に基づいて量子力学的計算を行い、制動輻射のスペクトルが単調減少関数になることを示した。彼らは古典領域とトンネル領域の干渉については、古典領域とトンネル領

1 N. Takigawa, Y. Nozawa, K. Hagino, A. Ono, and D. M. Brink, Phys. Rev. C **59**, R593 (1999)

域とをそれぞれ制動輻射の行列要素の実数部と虚数部と定義し、トンネル領域からの寄与は古典領域に比べて小さく、干渉の効果は無視できると結論づけた。このように、トンネル現象に伴う制動輻射に関して多くの研究がなされているが、それぞれ異なる結論が導かれている。

そこで、修士論文及び以前に発表した論文¹⁾において、 α 粒子と娘核の間のポテンシャルは内側で一定の井戸型、外側で $\frac{1}{r}$ のクーロンポテンシャル、ただし r は α 粒子と娘核の距離、となる簡単なモデルを考え、制動輻射のスペクトルの研究を行った。

トンネル領域からの寄与を明らかにするため、制動輻射の行列要素は相対距離 r によって、ポテンシャルの壁の部分 (wall), 古典的に許されないトンネリング領域 (tunnel), 古典的に許される領域 (outside), はじめは古典的に許される領域にいるが制動輻射によって古典的に許されない領域に落ち込んでしまう混合領域 (mix) に分割して計算した。数値計算の結果、分割したそれぞれの空間領域からの寄与はどれもスペクトルに大きい寄与を与えていて、それらの間の干渉が無視できないことが明らかとなった。また、波動関数の半古典的表現 (WKB近似での表現) を用いて制動輻射の行列要素を書き下すことにより、古典領域からの制動輻射のスペクトルは古典電磁気学と同じように加速度のフーリエ変換で与えられること、トンネル領域からの制動輻射のスペクトルは時間を虚時間に解析接続して加速度のラプラス変換によって与えられることを明らかにした。更に、混合領域は古典計算との対応は見られず、DyakonovとGornyiの定式化では見落とされる危険があることが分かった。関連して、笠木らの計算では、制動輻射のスペクトルが非単調関数となり構造を持つが、それは、壁の部分と混合領域を考慮に入れない為であることを指摘した。また、PapenbrockとBertschがトンネル領域からの寄与が小さいとしたのは、トンネル領域の定義が異なるためであることを明らかにした。

しかし、依然として多くの興味深い問題が残された。箱型の井戸+ $\frac{1}{r}$ のクーロンポテンシャルという単純なポテンシャルで制動輻射を正しく記述できるか、制動輻射のスペクトルは α 崩壊の閾値にどのように依存するか、 α 粒子の生成確率を示すpreformation factor P を1としたこれまでの計算の妥当性、制動輻射のスペクトルからpreformation factorの情報を得られるのか、制動輻射のスペクトルを用いて α 粒子と娘核の間のポテンシャルを曖昧さ無く決定できるか、などである。

本論文ではこれらの問題を解明するため、Woods-Saxon型の核力ポテンシャル+原子核の大きさを考慮したクーロンポテンシャルを用いて、 ^{210}Po の α 崩壊に伴う制動輻射の研究を行った。パラメータはWoods-Saxonポテンシャルの広がり $r_0=8.99\text{ fm}$, 表面のぼやけ $a=0.5\text{ fm}$ に固定し、深さのパラメータ V_0 とpreformation factor P を、 α 崩壊の閾値と崩壊幅を再現するように決定した。ただし、 α 粒子と娘核の相対運動の波動関数をもつノード数 n は、 $n=1$ の浅いポテンシャルの場合と $n=5$ の相対的に深いポテンシャルについて計算し、比較した。また、最終的なスペクトルと、古典領域・トンネル領域・内部領域に場合分けして、それぞれの領域からの寄与を明らかにし、笠木らの実験データと比較した。

浅いポテンシャルの場合、最終的なスペクトルは笠木らの実験データをよく再現している。古典領域からの寄与は箱型の井戸+ $\frac{1}{r}$ クーロンポテンシャルの場合と全く同じスペクトルとなる。これは α 粒子と娘核の相対距離 r が十分大きいところではWoods-Saxonポテンシャルの影響も、クーロンポテンシャルに対する原子核の大きさの影響も無視できるためである。トンネル領域からの寄与は $E_\alpha > 400\text{ keV}$ では古典領域と同程度になり、古典領域と打ち消し合う干渉をしていることが分かる。トンネル領域は混合領域を含んでおり、そこからの寄与が $E_\alpha > 400\text{ keV}$ では古典領域と同程度になるからである。純粋なトンネル領域からの寄与は、支配的な古典領域や混合領域の寄与に比べて常に一桁以上小さく、無視することができる。

一方、深いポテンシャルの場合は、最終的なスペクトルが古典領域からの制動輻射の強度よりはるかに大きい値を示している。これは、深いポテンシャルの場合、核表面領域でポテンシャルが急激に変化

し、そこからの制動輻射が大きくなるためである。このとき笠木らの実験データを再現することはできない。

この問題については、二つの可能性が考えられる。一つは、 α 崩壊を起こす原子核のポテンシャルが実際に浅いものである可能性である。浅いポテンシャルでは内部領域からの寄与は小さく、無視できる。もう一つは、何らかの理由で内部領域からの制動輻射が禁止されることである。パウリ原理に基づくノード数の評価が、大きなノード数 (^{210}Po の α 崩壊では、ノード数は11) を要請することを考えると、今回の結果は、現実的なポテンシャルを用いた制動輻射の評価に耐える新しい理論の開発の必要性を示唆している。

パラメータの決定については、preformation factor P を1とする場合と、広がりパラメータ r_0 を核半径に關係付けて固定する場合の2つの方法を採用し、両者のスペクトルを比較した。結果として、パラメータの決定法の違いによるスペクトルの違いは顕著には現れず、制動輻射のスペクトルからpreformation factorの情報を引き出すことはできなかった。

同じ模型を用いて ^{211}Po と ^{226}Ra の α 崩壊に伴う制動輻射の計算を行った。深いポテンシャルを用いることによって、D'Arrigoらが報告したような大きな制動輻射強度がえられるが、スペクトルの形は一致しない。これらの系については、笠木らの実験データとの不一致も大きく、実験の追試が強く望まれる。

また、箱型の井戸 $+\frac{1}{r}$ のクーロンポテンシャル模型を用いて、Poの同位核によるスペクトルの比較を行った。 $^{210,212,214}\text{Po}$ のスペクトルを比較すると、 α 崩壊の閾値 E_α が大きい原子核の方が制動輻射の強度が強いことが分かる。 ^{212}Po と ^{211}Po の系では ^{210}Po に比べて混合領域からの寄与が小さく、古典領域からの寄与だけ考えたスペクトルとあまり変わらない。制動輻射を通してトンネル効果に対する情報を引き出すためには、崩壊の閾値が小さい核ほど好ましいということが示唆される。

論文審査の結果の要旨

本論文は、 α 崩壊に伴う制動輻射について論じたものである。

野沢は、修士論文において、 α 粒子と娘核の間のポテンシャルを箱型の井戸と点粒子の間のクーロン力で表現する単純な模型を用いて基礎的解析を行い、その結果を学術誌に発表した。本論文は、その仕事を発展させたものである。

主要な内容は、単純な模型を現実的なポテンシャルに置き換えて解析を行ったことである。その際、 α 粒子と娘核の間の核力はWoods-Saxon型に仮定し、核力の強さ、到達距離、ポテンシャルの表面のぼやけ、 α 粒子の核内での存在確率（preformation factor）をパラメータとして取り扱った。

その結果、 α 粒子と娘核の間に浅いポテンシャルを仮定すると、計算された制動輻射のスペクトルは実験結果とよく一致すること、また、単純な模型による計算の場合と同様に、最終的なスペクトルは、古典領域からの制動輻射とトンネル領域からの制動輻射の互いに弱め合う干渉によって決定されることを示した。一方、深いポテンシャルを仮定した場合は、制動輻射の理論値は、実験データより遥かに大きい。論文の中では、この違いを用いて、長い間の懸案であるポテンシャルの深さに関する曖昧さを取り除く為には、複合粒子性を考慮した制動輻射の新たな理論の開発が必要である事が強調されている。論文の中では、また、制動輻射の強度が、ポテンシャルの表面のぼやけに敏感であること、更に、 $^{210,212,214}\text{Po}$ の α 崩壊の比較を通して、トンネル領域からの制動輻射は崩壊の閾値が小さい場合に顕著に現われる事が示されている。また ^{214}Po および ^{226}Ra の α 崩壊に伴う制動輻射の計算を行い、論争となっているこれらの系に対して再実験の重要性を指摘した。その他、 α 崩壊の閾値と崩壊幅の解析から、 α 粒子のpreformation factorは、魔法数に関連する同位体では、著しく小さくなることを示した。

これら全ての結論は、本研究で初めて明らかにされたものであり、量子系、特にトンネル効果が関与する系、における制動輻射の解明、および、制動輻射を通して α 崩壊に関する新たな情報を得る上で、極めて重要な知見である。

本論文は、野沢 善浩が自立して研究活動を行うに必要な高度な研究能力と学識を有している事を示している。従って、野沢 善浩提出の博士論文は、博士（理学）の学位論文として合格と認める。